Das
unbekannte
logistische Wachstum

Inhaltsverzeichnis

Lothar Krätzig-Ahlert
Neuss, den 30.12.2021

1. Naturgesetze beherrschen das Leben

Der Mensch ist Teil der Natur, und die Natur wird von Naturgesetzen, die nicht verhandelbar sind, beherrscht. Das Erkennen und Einhalten von Naturgesetzen vereinfacht und stabilisiert das menschliche Leben. Nachfolgend werden die wesentlichen Naturprozesse beschrieben, die zum Leben notwendig sind und auf deren Basis das logistische Wachstum abgeleitet wird. Das Leben auf der Erde ist aus menschlicher Sicht nur denkbar aufgrund einer Temperaturdifferenz zwischen warm und kalt, zwischen der heißen Sonne und der Kälte des Weltalls. Auf dieser Erkenntnis aufbauend hat die Wärmelehre bis jetzt drei Hauptsätze (HS) als Naturgesetze entwickelt. Der erst HS besagt, dass Energie weder erzeugt noch vernichtet werden kann, sondern konstant ist:

Energie = konstant Gl.1

Die möglichen Erscheinungsformen der Energien können sich ändern, allerdings nicht deren Gesamtsumme. Der Energieerhaltungssatz wurde 1905 von Albert Einstein durch den Massenerhaltungssatz ergänzt:

Energie = Masse * c^2 = konstant, mit c = Lichtgeschwindigkeit Gl. 2

Der Massenerhaltungssatz besagt, wie oben für die Energie, dass Masse weder erzeugt noch vernichtet werden kann, sondern nur in Energie umgewandelt werden kann und umgekehrt. Der Massenumwandlungsprozess auf der Sonne durch Kernverschmelzung erzeugt die Strahlungsenergie, von der die Erde lebt. Durch diesen Umwandlungsprozess werden auf der Sonne permanent gewaltige Mengen an Masse in Energie umgesetzt. Im Ergebnis verliert die Sonne ständig Masse und strahlt das Massenäquivalent als hochwertige Energie in seine Umgebung, in den Weltraum, ab. Die Erde empfängt täglich einen Bruchteil davon in Höhe von ca. 165 Tonnen[1]. Mit diesem Massenäquivalent an Energie wird das Wetter und das Leben auf der Erde angetrieben. Der Strahlungsaustausch der Erde mit seiner Umgebung wiederum sieht wie folgt aus:

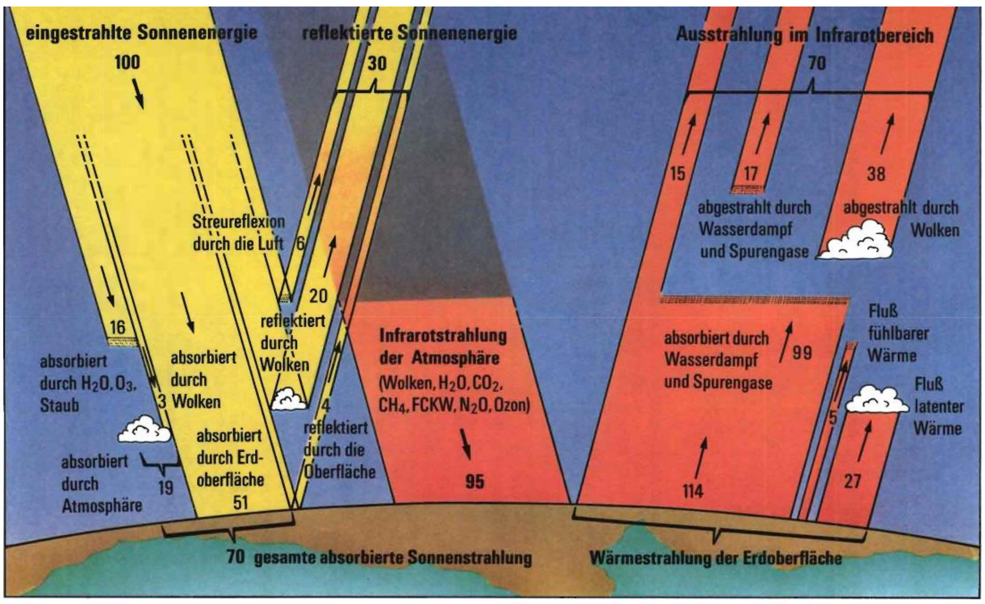

Abbildung 1: Strahlungsaustausch der Erde mit ihrer Umwelt[2]

Die eingestrahlte Sonnenenergie wird zu ca. 30 % durch die Atmosphäre direkt reflektiert, der Rest von ca. 70% erreicht die Erdoberfläche und verrichtet dort im Wettergeschehen und in der Fotosynthese der grünen Pflanzen ihre Arbeit. Die resultierende niederwertige Wärmeabstrahlung der Erde erfolgt in gleicher Weise wie die Sonneneinstrahlung. Hier herrscht ein Gleichgewicht zwischen Einstrahlung und Ausstrahlung. Wäre das nicht so, würde sich die Erde mit der Zeit aufheizen und als Lebensgrundlage entfallen. Aus der Sicht der Wärmelehre ist die Erde vergleichbar mit einem Verbrennungsprozess, der z.B. von dem Automotor bekannt ist. Durch die heiße Verbrennung (Oxidation) von energiereichem Benzin wird der Motor angetrieben und bewegt das Auto. Die Erde funktioniert genauso. Der fachtechnische Ausdruck hierfür ist „Wärmekraftmaschine“ (Wkm). In nachfolgender Abbildung wird der Prozess der Wkm für die Erde dargestellt.

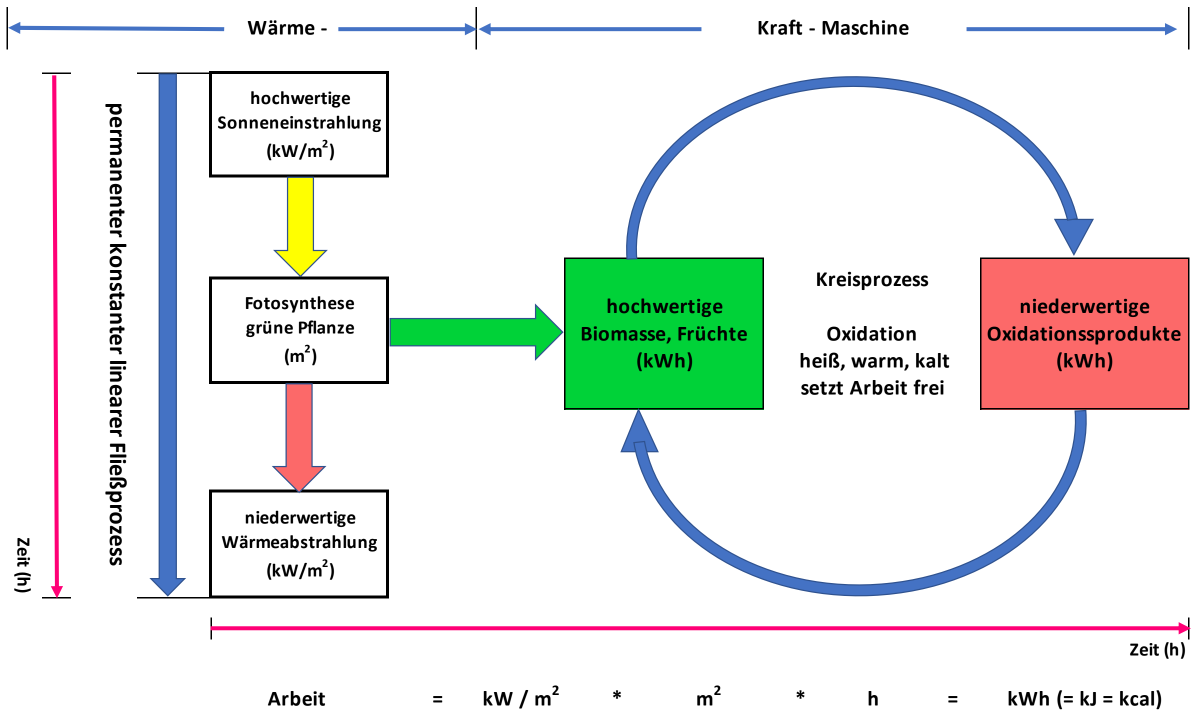

Abbildung 2: Die Erde als Wkm erzeugt Nahrung durch die Fotosynthese

Der Strahlungsaustausch zwischen Sonne und Erde ist ein gleichmäßiger, linearer Wärmeaustausch als Fließprozess, siehe den linken Wärme-Anteil der Wkm Erde. Die eingestrahlte Sonnenenergie (Dimension kW/m^2) treibt das Wettergeschehen an oder wird via Fotosynthese zu Biomasse verarbeitet und steht damit als Nahrung (Dimension kWh, kJ, kcal für Energie = Arbeit) für Tiere und Menschen zur Verfügung. Die Nahrung wird in einem Kreisprozess durch eine warme Oxidation im Körper der Tiere und Menschen wiederum umgesetzt, siehe den rechten Kraft-Maschine-Anteil der Wkm Erde. Damit können Tiere und Menschen Arbeit für sich und andere leisten. Für wechselwarme Tiere, z.B. Fische, gilt die kalte Verbrennung. Beide Vorgänge, sowohl der lineare Wärmeaustausch als auch der Kreisprozess zur dauernden Erzeugung von Biomasse, sind begrenzt hinsichtlich der maximal möglichen Sonneneinstrahlung und der zur Verfügung stehenden Masse innerhalb der Biosphäre. Damit ist die Basis für das Konzept des logistischen Wachstums gegeben.

2. Das logistische Wachstum

Vor dem erläuterten naturgesetzlichen Hintergrund gibt das logistische Wachstum den beschriebenen Energie- und Massenerhaltungssatz in der Form eines Wachstumsgesetzes wieder. Da alle Energie- und Massenaustauschprozesse begrenzt sind, - die Konstante in den Gleichungen 1 und 2 ist eine Begrenzung -, beinhaltet das logistische Wachstum eine Wachstumsbeschreibung, die der Realität am nächsten kommt. Die Natur kennt weder ein lineares noch ein exponentielles Wachstum, da diese beiden Wachstumsmodelle keine Begrenzung kennen. Für natürliche Wachstumsprozesse in der Biosphäre der Erde ist das Fehlen einer natürlichen Begrenzung ein Ausschlusskriterium, eine Unmöglichkeit. Das logistische Wachstum allerdings beinhaltet in seiner zeitlichen Entwicklung sowohl quasilineare als auch exponentielle Wachstumsbereiche. Das logistische Wachstum, dargestellt als logistisches Wachstumsmodell, beschreibt das Wachstum innerhalb eines ressourcengebundenen Systems. Da die Erde nur über begrenzte Kapazitäten, sprich Ressourcen hinsichtlich Energie und Masse verfügt, gilt das Modell für alle energetischen und materiellen Wachstumsprozesse. Das logistische Wachstumsmodell, das hier vorgestellt wird, ergibt sich aus der schrittweisen Lösung der logistischen Gleichung in der Zeit t:

$N_{t+1} = w * N_t * (1 - N_t)$ mit N = Subjekt/Objekt das wächst. Gl. 3

Für die Wachstumsrate w gilt $0 \leq w \leq 4$. Wachstumsraten außerhalb des Wertefensters sind für das Leben nicht definiert. Die Zeit wird in Zeitschritte, wie z.B. in einer Generationenfolge, aufgeteilt. Die Iteration zur Lösung der logistischen Gleichung beginnt mit einem vorgegebenen Startwert N_0, der in die Gl. 3 eingesetzt wird. Für die Wahl von N_0 gilt die weitere Vorgabe $N_0 < 1$. Damit errechnet sich der Wert für N_1. Mit dem Ergebniswert N_1 aus dem 1. Iterationsschritt wird nun im 2. Iterationsschritt der Wert für N_2 berechnet, daraus N_3 usw. Das Rechenschema für die Iteration sieht aus wie ein natürlicher Kreislauf:

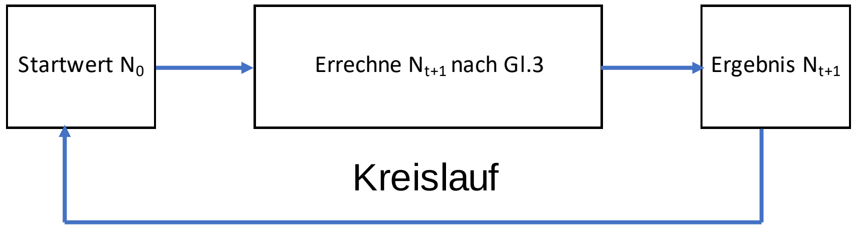

Abbildung 3: Kreislauf-Rechenschema zur schrittweisen Lösung (Iteration) Gl. 3

Die Iteration führt zu einer Vielzahl von überraschenden Lösungsmöglichkeiten. Nachfolgend sind die fünf Lösungsbereiche für den Wachstumsfaktor w aufgeführt. Die tragende Kapazität K ist stets auf 1 normiert.

1. $0 \leq w < 1$ Aussterben
2. $w = 1$ Nullwachstum, w = 1 korrespondiert in der aktuellen Corona-Pandemie mit dem Reproduktionswert R = 1
3. $1 < w \leq 2{,}5$ stationärer Gleichgewichtszustand im Fließgleichgewicht
4. $2{,}5 < w \leq 3{,}57$ Schwingungsbereich analog einem Räuber-Beute-System
5. $3{,}57 < w \leq 4$ deterministische Chaos, Wachstumskrise, Aussterben

In den nachfolgenden Abbildungen werden die fünf Bereiche dargestellt. Die Zeit läuft stets auf der horizontalen x-Achse von links nach rechts, auf der vertikalen y-Achse ist der Wachstumsverlauf über der Zeit aufgetragen.

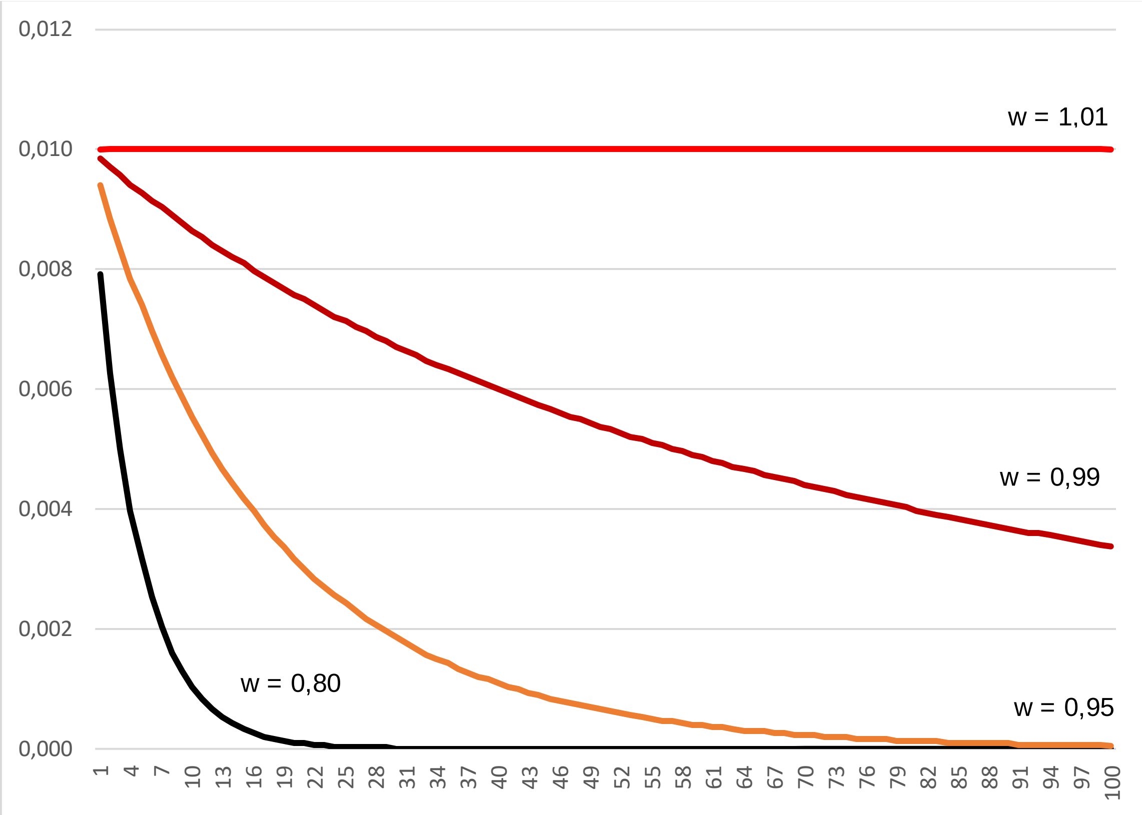

Abbildung 4: Für $w < 1$ fällt $N(t)$ auf null. Für $w = 1$ ergibt sich eine Gerade. $N_0 = 0{,}01$.

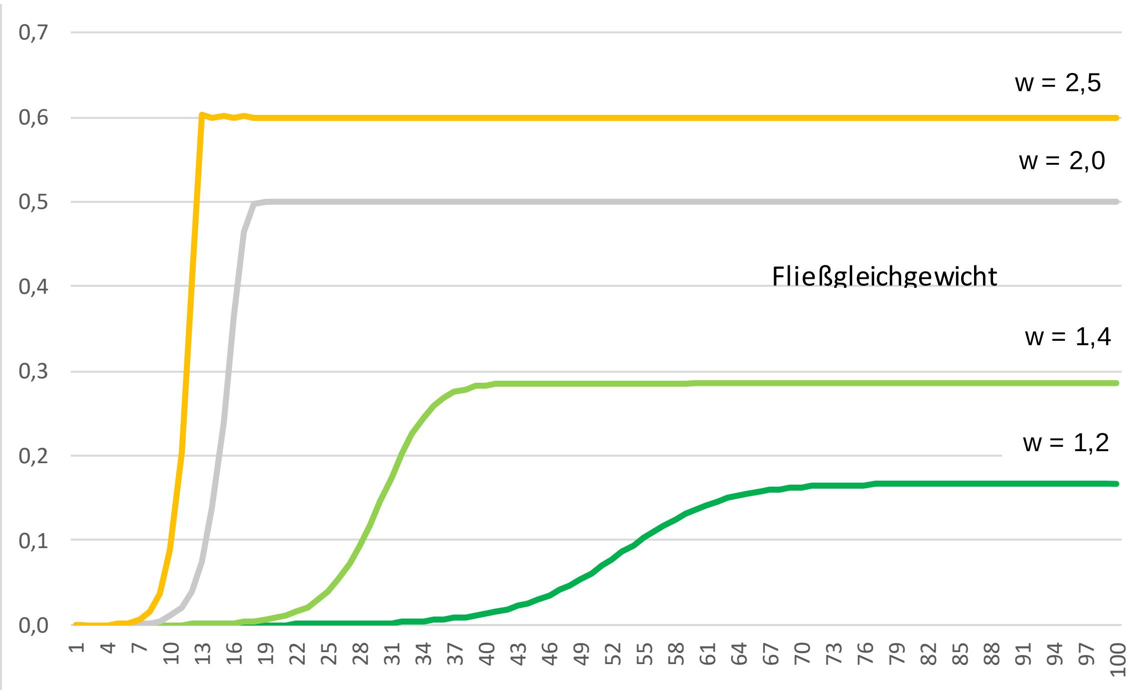

Abbildung 5: Für $1 < w \leq 2{,}5$ strebt $N(t)$ gegen den Grenzwert $G = 1\text{-}1/w$ und verharrt im Fließgleichgewicht dort zeitlich unbegrenzt! $N_0 = 0{,}00001$ für diese und alle weiteren Abbildungen.

Abb. 5 steht stellvertretend für alle $1 \leq w \leq 2{,}5$. Der Wachstumsverlauf der jeweiligen Wachstumskurve nähert sich dem Grenzwert $G = 1\text{-}1/w$ an. Für $w = 2$ ergibt sich der Grenzwert zu 0,5. Es wird also in endlichen Zeitschritten bei einem konstanten Wachstumsfaktor w ein Grenzwert erreicht und zeitlich unbegrenzt beibehalten. Unsere bisherigen alltäglichen Erfahrungen, die vornehmlich auf den linearen und exponentiellen Wachstumsmodellen basieren, kennen ein derartiges Verhalten nicht. Die Alltagserfahrung sagt uns: Wenn etwas wächst, wird es auch zahlenmäßig, und zwar ohne Begrenzung, mehr. Mit dem logistischen Wachstum wird gedanklich somit Neuland betreten. Um eine zahlenmäßige Konstanz zu erreichen, wird sogar ein Wachstumsfaktor w in der beschriebenen Größenordnung benötigt!

Für Wachstumsraten $2{,}5 < w \leq 3{,}57$ ergeben sich stabile Schwingungen, deren Amplitude mit wachsendem w zunimmt.

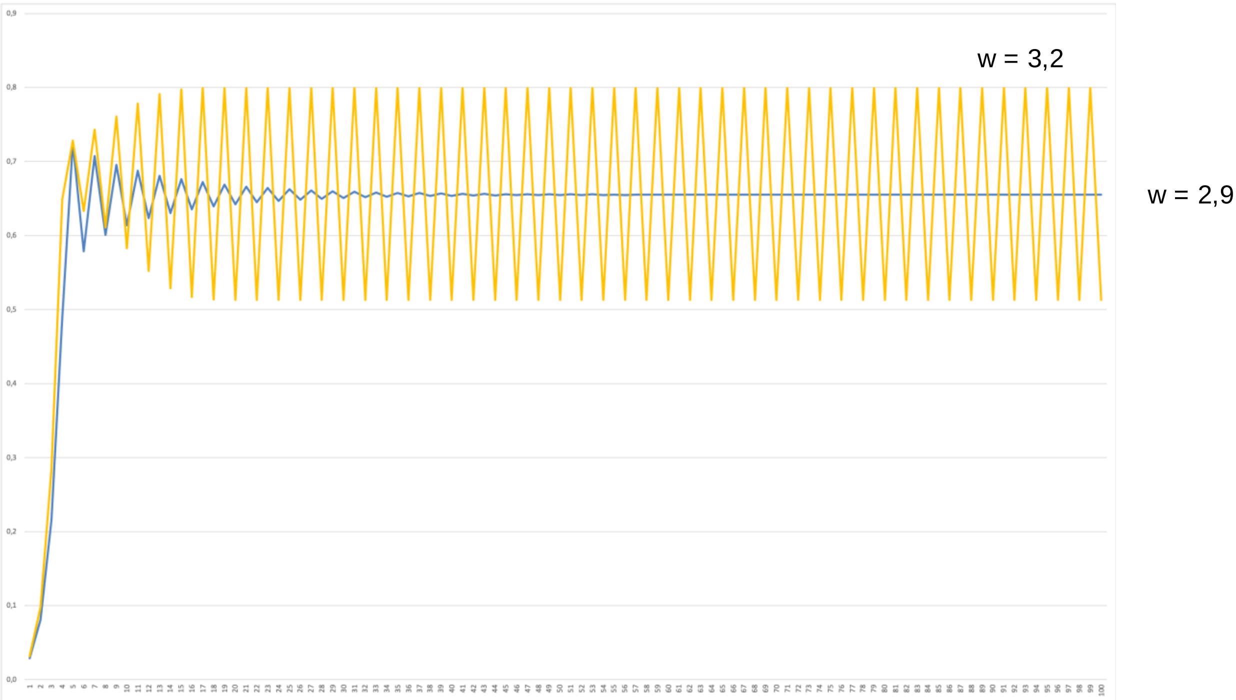

Abbildung 6.1: Es sind zwei Wachstumskurven mit $w = 2{,}9$ und 3,2 dargestellt. Für $w = 2{,}9$ ergibt sich eine gedämpfte Schwingung, die auf den Grenzwert 0,66 ausläuft, blaue Linie.

Abbildung 6.2: w = 3,5. Die Ausschläge nehmen zu, die Wachstumskurve zeigt noch ein stabiles Verhalten.

Abb. 6 steht stellvertretend für 2,5 < w ≤ 3,57. Es beginnt ein Schwingungsbereich, der eine nachvollziehbare Struktur erkennen lässt und noch einen stabilen Wachstumsverlauf beschreibt.

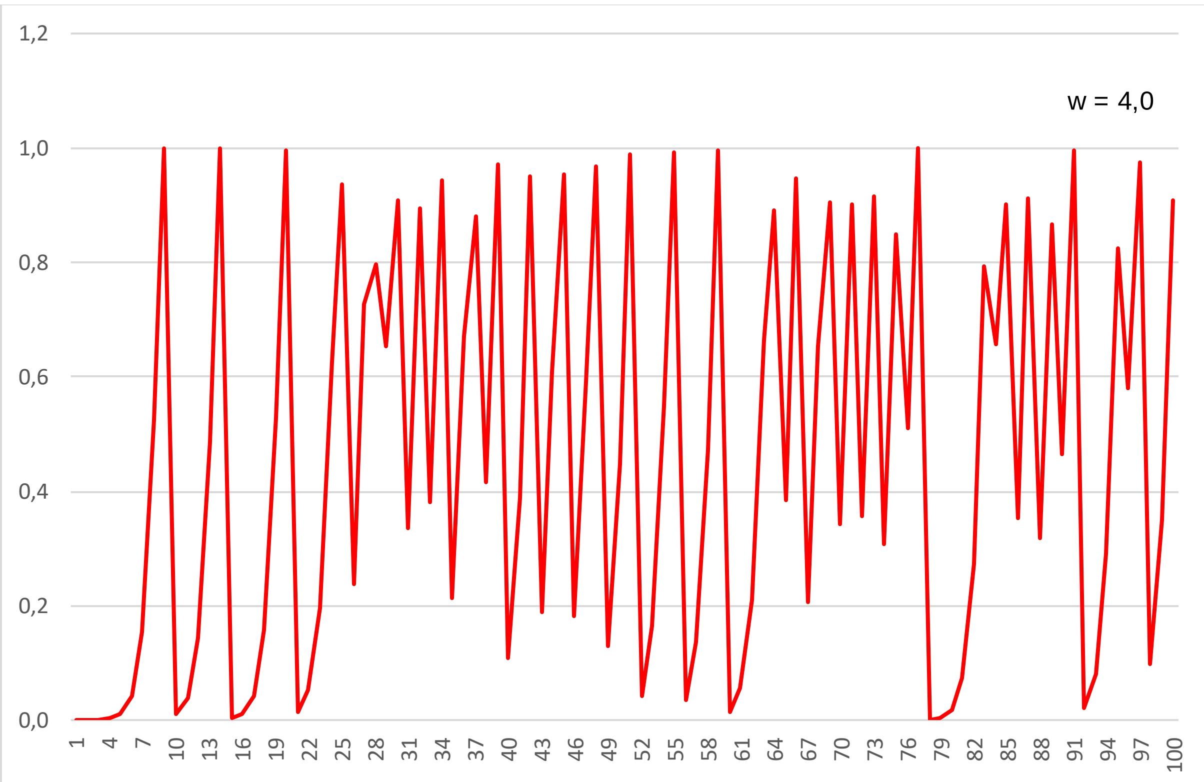

Abbildung 7: Für 3,57 < w ≤ 4 beginnt das deterministische Chaos. Hier w = 4,0.

Abb. 7 steht stellvertretend für den Wertebereich $3{,}57 < w \leq 4$ und zeigt das sogenannte deterministische Chaos. Durch die hohe Wachstumsrate w nähert sich das Wachstumsverhalten innerhalb weniger Zeitschritte der Kapazitätsgrenze von 1, eine Situation, die sehr schnell ganz instabil wird und unweigerlich zur Wachstumskrise, zum Kollaps führt. Da der Absturz rechnerisch nie exakt bei null endet, sondern stets noch ein minimaler Restwert übrigbleibt, wiederholt sich das ganze Spiel bei gleichbleibend hoher Wachstumsrate w von Neuem.

In der folgenden Abbildung sind die ersten 10 Iterationsschritte für die maximale Wachstumsrate w = 4 dargestellt. Nach einem steilen Anstieg bis fast zur Kapazitätsgrenze 1 erfolgt der naturgesetzliche Absturz auf fast null. Vor dem Fall kommt stets die zu hohe Wachstumsrate, die zu hohe Veränderungsgeschwindigkeit. Nach dem neunten Iterationsschritt kommt es zum Kippeffekt, der irreversibel ist.

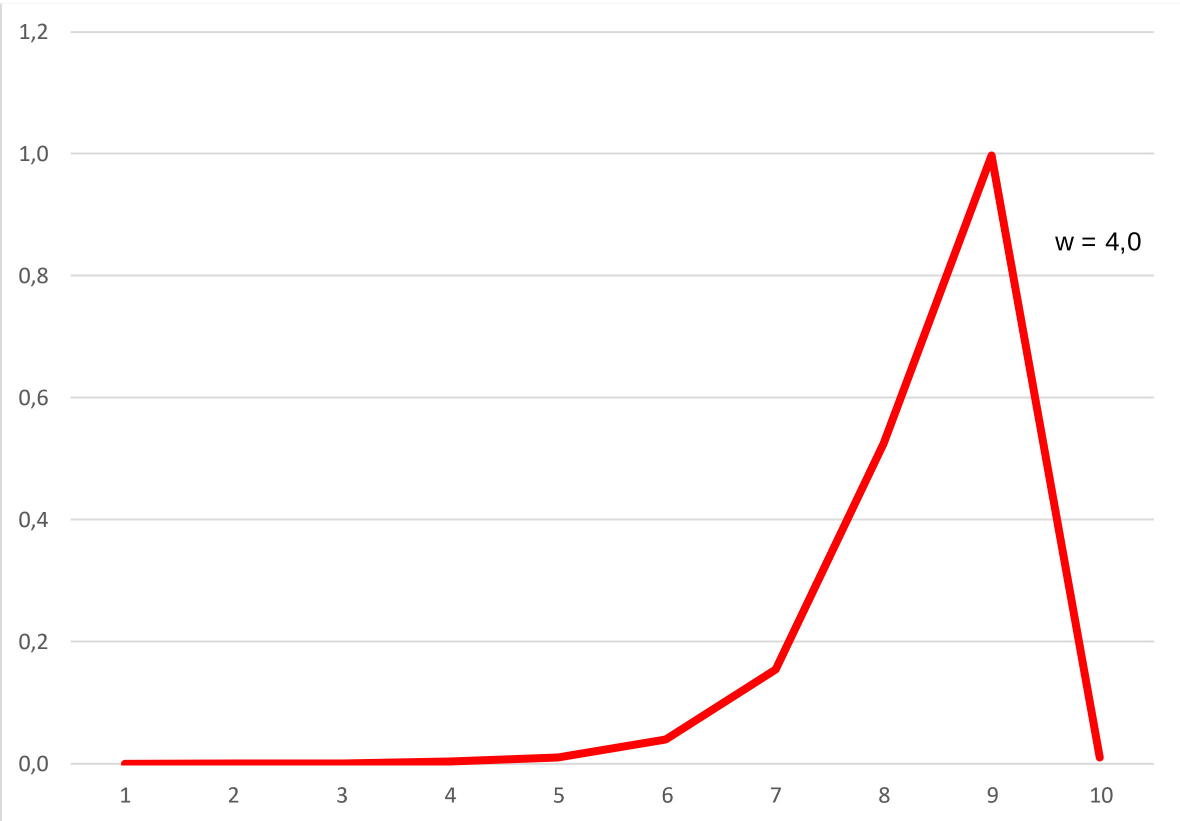

Abbildung 8: Wachstum mit w = 4 bis zum Kollaps nach 9 Iterationsschritten

Nähert sich das Wachstum mehr als ca. 70% der maximalen Kapazität K von 1, wird das Wachstum sehr schnell instabil. Es verbleibt für Gegensteuerungsmaßnahmen nur noch ein schmaler Übergangsbereich von ca. 10 % der maximalen Kapazität. Man merkt regelrecht, wie die Natur in diesem Bereich unruhig wird und sich gegen ein weiteres Wachstum wehrt. Als ultima ratio kommt es dann zur Wachstumskrise, die nach dem Kipppunkt das Wachstum endgültig zum Einhalten bringt. Damit wird das Wachstumssystem auf nahezu null gesetzt, und es kann nach diesem Lerneffekt möglicherweise wieder mit einem Neustart beginnen.

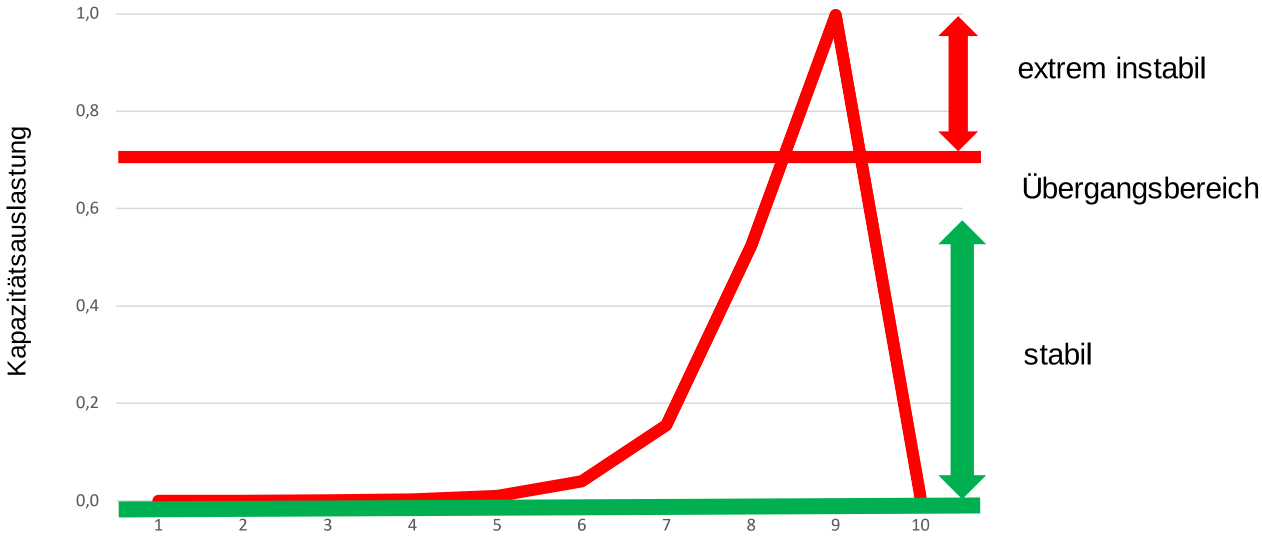

Abbildung 9: Der Übergangsbereich von stabil zu instabil

Zum Abschluss noch eine Darstellung, die das bisher Gesagte zusammenfasst.

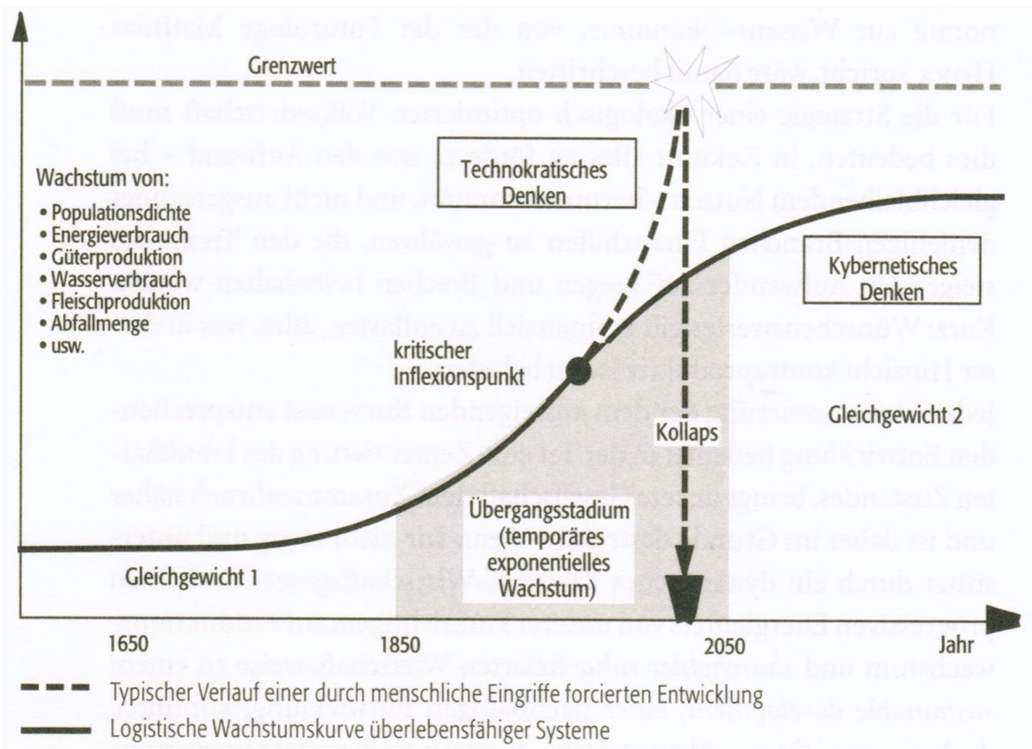

Abbildung 10: Exponentielles im Vergleich mit logistischem Wachstum nach Frederic Vester.[3]

Von einem Gleichgewichtszustand 1 kann ein Gleichgewichtszustand 2 ohne Probleme durch ein logistisches Wachstum erreicht werden. Dabei ist die maximale Tragfähigkeit des Systems, hier als Grenzwert bezeichnet, stets zu berücksichtigen. Die Darstellung ist rein qualitativ, da wir heute weder die Tragfähigkeit des Systems Erde noch die jeweiligen spezifischen Wachstumsraten, übersetzt in das Konzept des logistischen Wachstums, kennen. Vester ging aus seiner Sicht Ende der 1990 - Jahre davon aus, dass das hohe, ungebremste Bevölkerungswachstum, ausgedrückt als Populationsdichte, wahrscheinlich im Zeitraum 2025 - 30 herum zu einem globalen Kollaps führt.

3. Zusammenfassung

Das logistische Wachstum ist ein Naturgesetz. Es basiert auf dem 1. Hauptsatz der Wärmelehre und setzt ihn in ein Wachstumskonzept um. Das logistische Wachstum besagt, dass das materielle Wachstum bei begrenzt vorhandener Materie nur bis zur maximal vorhandenen Materie möglich ist. Die rechnerische Darstellung des logistischen Wachstums in seiner schrittweisen Lösung mit Rückkopplung wurde erst 1974 durch Robert May[4] veröffentlicht.
Die Wachstumskurven, die sich aus dem logistischen Wachstumsmodell bei unterschiedlichen Wachstumsraten w entwickeln, lassen sich mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, z.B. Excel, einfach programmieren und anschaulich zeigen. Die Abbildungen 4 bis 9 sind so entstanden.

4. Literaturverzeichnis

1. Ksenzhek, Octavian. Money: Virtual Energy. Economy through the Prism of Thermodynamics. Universal Publishers Boca Raton, Florida 2007, S. 24
2. Deutscher Bundestag, 11. Wahlperiode, Drucksache 11/8030. Dritter Bericht der Enquete-Kommission Vorsorge zum Schutz der Erdatmosphäre. 24.05.1990, Abbildung 1, S. 28
3. Vester, Frederic. Die Kunst vernetzt zu denken. Ideen und Werkzeuge für den Umgang mit Komplexität. DVA, 6. Auflage, Stuttgart 2000, S. 81
4. May, M. Robert. Biological Populations with Nonoverlapping Generations: Stable Points, Stable Cycles, and Chaos. Science, Vol. 186, Page 645 - 647, 15. November 1974

5. Abbildungsnachweis

Abbildung	Quelle
10	Vester, Frederic. Die Kunst vernetzt zu denken. Ideen und Werkzeuge für den Umgang mit Komplexität. DVA, 6. Auflage, Stuttgart 2000, S. 81, mit freundlicher Genehmigung Professor Dr. Fredmund Malik, Chairman Malik Group St. Gallen